

複素対称連立一次方程式に対する Block Krylov 部分空間反復法の開発と

並列固有値解法への応用

Development of Block Krylov iterative subspace methods for complex symmetric linear systems and their application to a parallel eigensolver

多田野寛人

Hiroto Tadano

筑波大学システム情報系

Faculty of Engineering, Information and Systems, University of Tsukuba

大規模複素対称行列 A 、及び複数本の右辺ベクトル B をもつ連立一次方程式 $AX = B$ を解くことを考える。このような連立一次方程式は、周回積分に基づく並列固有値解法である Sakurai-Sugiura 法[2]などで現れ、連立一次方程式の求解時間が同法の計算時間の大半を占めることから、高速求解法が必要とされている。

複数本の右辺ベクトルをもつ連立一次方程式に対する反復解法として、Block Krylov 部分空間反復法がある。同法で複数本の右辺ベクトルをもつ方程式をまとめて解くことで、1本ずつ Krylov 部分空間反復法で解いた場合よりも少ない反復回数で近似解が得られることがある。複素対称行列用の Krylov 部分空間反復法として COCG 法[3]があり、複数右辺ベクトル用に拡張した Block COCG 法も容易に導くことができる。

右辺ベクトル数が多い場合は、Block Krylov 部分空間反復法で求解することでより少ない反復回数で近似解が得られる可能性がある一方で、数値的不安定性の影響で残差が発散し、近似解が得られない場合もある。Block 解法における数値的不安定性は、計算過程で現れる長方形を構成する列ベクトルの線形独立性が失われることが原因で発生する。文献[1]では Block 版の共役勾配法において、計算過程でベクトルの直交化を施すことで数値的不安定性を抑制できることが示されている。

本発表では、Block COCG 法に対して直交化を施すことで安定化したアルゴリズムを示し、その性能を評価する。また、並列固有値解法 Sakurai-Sugiura 法に対して Block Krylov 部分空間反復法を適用することで、Krylov 部分空間反復法で求解した場合よりも高速に固有対の計算ができることを示す。

参考文献

- [1] A. A. Dubrulle, Retooling the method of block conjugate gradients, *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, 12 (2001), pp. 216–233.
- [2] T. Sakurai and H. Sugiura, A projection method for generalized eigenvalue problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 159 (2003), pp. 119–128.
- [3] H. A. van der Vorst and J. B. M. Melissen, A Petrov-Galerkin type method for solving $Ax = b$, where A is symmetric complex, *IEEE Transaction on Magnetics*, 26 (1990), pp. 706–708.